

### Zum Apriori von Raum und Zeit in der heutigen Physik

Balzer, Wolfgang

Veröffentlichungsversion / Published Version  
Sammelwerksbeitrag / collection article

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Balzer, W. (1981). Zum Apriori von Raum und Zeit in der heutigen Physik. In G. Funke (Hrsg.), *Akten des 5. Internationalen Kant-Kongresses, Mainz 4. - 8. April 1981, Teil 1.2* (S. 1063-1070). Bonn: Bouvier. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-36313>

#### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer CC BY-NC-ND Lizenz (Namensnennung-Nicht-kommerziell-Keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Nähere Auskünfte zu den CC-Lizenzen finden Sie hier:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.de>

#### Terms of use:

This document is made available under a CC BY-NC-ND Licence (Attribution-Non Commercial-NoDerivatives). For more information see:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>

# Zum Apriori von Raum und Zeit in der heutigen Physik

von Wolfgang Balzer, München

Der Gedanke meines Beitrags ist, eine auf Raum und Zeit gemünzte Explikation von ‚ist apriori in der heutigen Physik‘ zu geben (Abschnitt I) und mit dieser an die in der heutigen Physik vorliegende Situation heranzugehen. Es zeigt sich, daß die vorgeschlagene Explikation tatsächlich auf Raum und Zeit zutrifft (Abschnitt II). Eine Komplikation ergibt sich, wenn man, der Entwicklung nach Einstein Rechnung tragend, Raum und Zeit zu *einem* Begriff der Raum-Zeit zusammenfaßt. Obwohl bei der Raum-Zeit die Lage heute noch nicht völlig klar ist, läßt sich feststellen, daß die Entwicklung der Physik eine *Tendenz* hat, auch die Raum-Zeit zu ‚apriorisieren‘ (Abschnitt III). Abschließend (Abschnitt IV) möchte ich versuchen, die Beziehungen zu Kants Begriff von apriori herzustellen. Mir scheint, daß bei Aufhebung von zwei Relativierungen in meiner Explikation diese durchaus im Sinne Kants ist.

## I Eine Explikation von ‚ist apriori in der heutigen Physik‘

Meine Explikation geschieht in zwei Schritten. Zuerst wird gesagt, was es heißt, daß eine bestimmte Theorie *T* den Raum ‚voraussetzt‘ und mit dieser etwas komplizierten Definition wird die Apriorizität des Raumes ‚in der heutigen Physik‘ durch Quantifikation über alle heute anerkannten physikalischen Theorien definiert.

- D1 Eine Theorie T setzt den Begriff des Raumes (der Zeit) voraus genau dann, wenn aus der Existenz eines Modells von T logisch die Existenz einer Struktur folgt, die von allen mit T arbeitenden Wissenschaftlern als Modell des Raumes (der Zeit) anerkannt wird.*
- D2 Der Raum (die Zeit) ist apriori in der heutigen Physik genau dann, wenn für alle heute anerkannten physikalischen Theorien T gilt: T setzt den Begriff des Raumes (der Zeit) voraus.*

Einige Erläuterungen zu dieser Definition scheinen angebracht. 1) In der Physik befindet man sich in der angenehmen Lage, relativ präzise formulierte Theorien vorzufinden. Eine solche Theorie können wir uns vorstellen als (im wesentlichen) eine Menge von Strukturen oder Modellen. Diese ‚strukturali-

stische' Theorienauffassung hat unter anderem den Vorteil, invariant unter einer großen Klasse verschiedener sprachlicher Darstellungen zu sein. Die Darstellungsinvarianz überträgt sich auf die obigen Definitionen. Man braucht sich in D2) nicht (kann sich aber) auf spezielle Darstellungen der Theorien beziehen. Es muß bezweifelt werden, ob die Explikation auch auf andere Kategorien anwendbar ist, weil man dort nur schwer von Strukturen als 'Modellen der Kategorien' reden kann. 2) D1) und D2) sind invariant bezüglich des darin vorkommenden Raum- bzw. Zeitbegriffs. Man kann verschiedene Raumbegriffe einsetzen und bei allen nach dem gleichen Schema die Apriorizität untersuchen. Dies scheint mir angesichts der heutigen Situation, wo z. B. eine Vielfalt verschiedener Geometrien existiert, eine positive Eigenschaft zu sein. Die Anwendung von D2) auf völlig absurde Raum- und Zeitbegriffe ist zwar möglich, aber intendiert ist die Anwendung nur auf solche Raum- und Zeitbegriffe, die von einer großen Zahl von Zeitgenossen als solche anerkannt sind. 3) Die mit einer Theorie T arbeitenden Wissenschaftler kann man wie folgt charakterisieren. Zunächst muß eine Person an einer wissenschaftlichen Institution arbeiten, um als Wissenschaftler zu zählen (Privatgelehrte gibt es heute in der Physik kaum). Sodann kann man feststellen, ob ein Wissenschaftler mit T arbeitet, indem man Bücher, Zeitschriftenartikel, Vorlesungen, Manuskripte und Vorträge der Person daraufhin untersucht, ob in ihnen T explizit erwähnt oder beschrieben wird, oder ob darin wesentliche Bestandteile von T (Gleichungen, Begriffe, Anwendungen) dargestellt werden. 4) Daß eine Struktur S als ein Modell des Raumes (der Zeit) von einer Person P anerkannt wird, kann heißen, daß P in Publikationen, Vorlesungen oder Vorträgen, in denen der Raum (die Zeit) eine Rolle spielt, eine Theorie des Raumes (der Zeit) benutzt, die S als Modell hat. Es kann aber auch einfach heißen, daß P andere derartige Publikationen oder Vorträge für gut und richtig hält und weiterempfiehlt. 5) Daß eine physikalische Theorie heute anerkannt ist, sieht man an ihren existierenden Darstellungen. Damit Darstellungen eine Theorie in Form von Büchern, Artikeln, Vorträgen oder Manuskripten existieren, muß die Theorie von mindestens einer (eventuell sehr kleinen) Gruppe von Wissenschaftlern anerkannt sein. Natürlich kann man hier nur eine statistische Entscheidung treffen, weil es immer entgegengesetzte Meinungen gibt. 6) In D2) ist Apriorizität relativiert auf existierende, anerkannte Theorien und deren Anerkennung durch Wissenschaftler, d. h. grob gesprochen, relativiert auf den jeweiligen Stand der Wissenschaft. Diese wissenschaftssoziologische und gruppenpsychologische Relativierung ist sicher nicht im Sinne Kants. Eine Aufhebung der Relativierungen wird in IV diskutiert. 7) Die Ablehnung einer Theorie durch

Personen, die T für falsch halten, ist dadurch ausgeschlossen, daß nur die Anerkennung der *mit T arbeitenden* Wissenschaftler nötig ist. 8) D1) und D2) weisen eine Analogie zu dem Kriterium auf, das von J. D. Sneed in (8) zur Feststellung, ob ein Term einer Theorie theoretisch sei, vorgeschlagen wurde. Besonders deutlich wird die Analogie, wenn man statt des Sneed'schen Originals die von Stegmüller in (9) gegebenen Präzisierungen des Theoretizitätskriteriums betrachtet. 9) Die Explikation ist wegen der Relativierung auf Wissenschaftlergruppen und deren Anerkennung mit gewissen Vagheiten behaftet. Man könnte auch sagen, ‚apriori‘ sei hier ein theoretischer Term in der Metatheorie physikalischer Theorien. Der Gedanke, bei der Explikation Kantischer Termini auf eine Metatheorie abzuheben, findet sich auch in (10).

Für Abschnitt III benötigen wir noch eine entsprechende Definition für die Zusammenfassung von Raum und Zeit zur 4-dimensionalen Raum-Zeit.

D3 Die *Raum-Zeit* ist *apriori* in der heutigen Physik genau dann, wenn D1') und D2') gelten, wobei D1') und D2') aus D1) und D2) durch Ersetzung von ‚Raum‘ durch ‚Raum-Zeit‘ hervorgehen.

## II Sind Raum und Zeit apriori in der heutigen Physik?

Diese Frage läßt sich exakt beantworten, wenn man eine vollständige Übersicht über alle heute existierenden Theorien voraussetzt. Denn D2) hat die Form eines Allsatzes „Für alle Theorien T gilt: ...“. In Ermangelung eines solch vollständigen Überblicks können wir nur an Hand von mehreren Beispielen plausibel machen, daß Raum und Zeit apriori sind. Wir untersuchen hier die Begriffe von Raum und Zeit getrennt.

Zunächst stellen wir fest, daß der 3-dimensionale reelle Zahlenraum  $\mathbf{R}^3$  ein allgemein anerkanntes Modell des Raumes und die reelle Zahlengerade  $\mathbf{R}$  ein allgemein anerkanntes Modell der Zeit ist. Der Hinweis, daß heute nur eine 4-dimensionale Minkowskische oder Riemannsche Raum-Zeit als ‚wahre‘ oder als adäquate Raum-Zeit-Struktur angesehen werde, ist kein Einwand. Wenn man einen Physiker fragt, ob der  $\mathbf{R}^3$  ein Modell des Raumes sei, erhält man sicher die Antwort: ja. Denn wenn man nach dem Raum als einem von der Zeit getrennten Begriff fragt, dann wird der Befragte sofort unterstellen, daß man nach dem klassischen, vor-relativistischen Begriff fragt. Und im Hinblick auf die vor-relativistischen Begriffe von Raum und Zeit besteht, wie gesagt, Einigkeit darüber, daß  $\mathbf{R}^3$  und  $\mathbf{R}$  Modelle sind. Unter Physikern werden heute auch 3-dimensionale euklidische Vektorräume allgemein als Modelle des Raumes anerkannt.

Zum Nachweis der Apriorizität müssen wir nun zeigen, daß für eine physikalische Theorie aus der Existenz eines Modells auch die Existenz der Strukturen  $\mathbf{R}^3$  (oder eines 3-dimensionalen euklidischen Vektorraums) und  $\mathbf{R}$  logisch folgt. Wir können hier keine detaillierten Ableitungen geben, sondern verweisen auf präzise Darstellungen der jeweiligen Theorien, aus denen sich die logischen Beziehungen relativ leicht ersehen lassen.

Modelle der Newtonschen Mechanik in der Darstellung (4) enthalten den  $\mathbf{R}^3$  explizit (auch wenn er in (4) nicht als Grundkomponente aufgeführt ist) und die Zeit in Form eines reellen, offenen Intervalles, aus dessen Existenz auch die von  $\mathbf{R}$  folgt. Genau die gleiche Situation liegt bei der Mechanik starrer Körper in der Formulierung von (1) vor. Auch die Kontinuumsmechanik in der Axiomatisierung von (6) enthält explizit einen 3-dimensionalen euklidischen Vektorraum und  $\mathbf{R}$  als den zugehörigen Koeffizientenkörper. Für klassische Raum-Zeit-Theorien, wie etwa in (2) dargestellt, ist dies nicht so offensichtlich. Hier muß man beweisen, daß die räumlichen und zeitlichen Teilmodelle jeweils zu  $\mathbf{R}^3$  und  $\mathbf{R}$  isomorph sind. Erst aus der Isomorphie folgt die gewünschte logische Beziehung. In Elektrostatik, Elektrodynamik und Atomtheorie, von denen es noch keine sauberen Axiomatisierungen gibt, dürften die Modelle jedenfalls den Raum in Form des  $\mathbf{R}^3$  oder eines 3-dimensionalen euklidischen Vektorraumes enthalten. In den letzten beiden Theorien ist auch die Zeit in Form von  $\mathbf{R}$  vertreten. Bezüglich der Elektrostatik muß man sich bei der Zeit darauf zurückziehen, daß sie als Teilstruktur schon in  $\mathbf{R}^3$  enthalten ist. Die einfache Gleichgewichtsthermodynamik in der Form von (5) enthält in ihren Modellen explizit  $\mathbf{R}$  als isomorphes Bild der Zustandsmenge  $Z$  und den  $\mathbf{R}^n$  (mit  $n \geq 3$ ) als Argumentraum für die Funktion  $f^S$ , welche die Entwicklung der Zustände beschreibt. Auch die Quantenmechanik liefert ein positives Beispiel. In der Axiomatisierung (3) etwa wird per Axiom eine Isomorphie zum Unterraumverband *des* separablen, unendlich-dimensionalen komplexen Hilbertraumes gefordert, was in Modellen die Existenz des letzteren impliziert. Dieser Hilbertraum enthält aber  $\mathbf{R}$  als Teilstruktur explizit und aus seiner Existenz läßt sich die von 3-dimensionalen euklidischen Vektorräumen ableiten.

Schließlich — und dies fällt dem Physiker schwer einzusehen — sind auch spezielle und allgemeine Relativitätstheorie positive Beispiele. Sie setzen  $\mathbf{R}^3$  und  $\mathbf{R}$  in unserem Sinne voraus. Axiomatisierungen der speziellen Relativitätstheorie, etwa (7) müssen ja die Lorentz-Gruppe als Darstellung ihrer Transformationsgruppe haben. Die Lorentz-Gruppe operiert aber auf dem  $\mathbf{R}^4$  und somit sind auch  $\mathbf{R}^3$  und  $\mathbf{R}$  als Teilstrukturen vorausgesetzt. In der allgemeinen Relativitätstheorie geht man von 4-dimensionalen differenzier-

baren Mannigfaltigkeiten aus, in deren Definition der  $\mathbf{R}^4$  auftritt. Also enthalten Modelle der allgemeinen Relativitätstheorie  $\mathbf{R}^3$  und  $\mathbf{R}$  als Teilstrukturen. Dieses logische Verhältnis erscheint dem realistisch denkenden Physiker vielleicht suspekt. Aber die Logik deckt eben Zusammenhänge auf, an die man bei realistischer Betrachtungsweise zunächst nicht dachte. Jedenfalls gibt der letzte Punkt Anlaß zu der Frage, wie denn die Behauptung, in der allgemeinen Relativitätstheorie seien die früheren Begriffe von Raum, Zeit und Raum-Zeit *verallgemeinert* worden, genau zu verstehen ist. Jedenfalls kann hier nicht das gemeint sein, was man normalerweise unter Verallgemeinerung versteht.

Zusammenfassend zeigen die Beispiele, daß Raum und Zeit in der heutigen Physik apriori sind.

### III Ist die Raum-Zeit apriori in der heutigen Physik?

Seit Einstein hat sich neben den klassischen Begriffen des Raumes und der Zeit ein neuer Begriff entwickelt: der der Raum-Zeit. Die klassischen Begriffe, so ist die Meinung, können nur noch ‚lokal‘ in adäquater Weise verwendet werden. ‚Im Großen‘ dagegen kann man Raum und Zeit nicht isolieren, sondern muß in 4-dimensionalen Raum-Zeit-Mannigfaltigkeiten denken.

Allgemein anerkannte Modelle der Raum-Zeit sind der Minkowski-Raum, d. h. der  $\mathbf{R}^4$  zusammen mit der Minkowski-Metrik und allgemein 4-dimensionale riemannsche Räume. Bei den riemannschen Räumen haben wir es mit einer ganzen Klasse von Räumen zu tun, je nachdem wie der metrische Tensor konkret festgelegt wird. Man kann wohl sagen, daß sich hier noch keine spezielle Form des metrischen Tensors zu allgemeiner Anerkennung als die Raum-Zeit im Großen charakterisierend durchgesetzt hat. Insofern bleibt die Lage bei riemannschen Räumen etwas in der Schwebe.

Ist nun die Raum-Zeit in der heutigen Physik apriori? Die Antwort ist hier schwierig und erfordert Differenzierungen. Erstens ist festzustellen, daß inzwischen viele, auch klassische, Theorien in differentialgeometrischer Sprache neu formuliert wurden. Sie enthalten daher in ihren Modellen explizit minkowskische oder riemannsche Räume und setzen somit die Raum-Zeit voraus. Beispiele sind die Stoßmechanik, Mechanik in den Formulierungen von Lagrange und Hamilton, die Mechanik starrer Körper, Kontinuumsmechanik, Raum-Zeit-Theorien, Elektrodynamik und auch in der Quantenmechanik gibt es Versuche. Zweitens aber gibt es auch noch Theorien in der

klassischen Formulierung, wie die Newtonsche Mechanik, die für praktische Anwendungen nach wie vor äußerst relevant ist. Sicher arbeiten noch Wissenschaftler mit solchen Theorien (z. B. im Rahmen der Raumfahrt-Programme). Die Frage ist, ob aus der Existenz von Modellen solcher Theorien (etwa der Mechanik) die Existenz von Minkowski- oder Riemann-Räumen logisch folgt. Die Antwort hierauf hängt davon ab, welchen Rahmen man sich für logische Folgerungen vorgibt. Ich vermute, daß man für ausdrucksstarke Sprachen in Modellen der Mechanik den  $\mathbf{R}^4$  ‚definieren‘ kann. Im  $\mathbf{R}^4$  wiederum läßt sich die Minkowski-Metrik definieren. Aber selbst wenn diese Vermutung richtig ist: die Ableitung wirkt künstlich. Drittens gibt es noch unangenehmere Fälle, etwa die einfache Gleichgewichtsthermodynamik. Hier läßt sich in Modellen, in denen nur *eine* chemische Substanz vorkommt, nur die Existenz des  $\mathbf{R}^3$  ableiten. Wie kommt man von hier zum  $\mathbf{R}^4$ ? Wiederum scheint eine mit starken mathematischen Mitteln operierende ‚Konstruktion‘ möglich, aber sie erscheint äußerst künstlich.

Eine vorbehaltlos positive Antwort auf unsere Frage kann man daher nicht geben. Ein trivialer Vorbehalt, der die positive Antwort ermöglicht, ist, daß alle physikalischen Theorien einer differentialgeometrischen Formulierung unterworfen sind. Es läßt sich nicht leugnen, daß die Entwicklung der Physik tatsächlich in diese Richtung verläuft. Ich würde daher die Frage für die Raum-Zeit mit einem ‚in der Tendenz ja‘ beantworten.

#### IV Beziehung zum Kantischen Apriori

Unsere Relativierung des Apriori auf den Stand der Wissenschaft entspricht wohl nicht der Kantischen Intuition. Zu einer ‚absoluteren‘ Version gelangt man durch Aufhebung der Relativierungen. Meine Explikation enthält deren zwei: eine auf die anerkannten physikalischen Theorien und eine auf die Anerkennung bestimmter Strukturen als Modelle des Raumes durch bestimmte Personen. Die zweite Relativierung ist nur aufzuheben, indem man statt von bestimmten Personen von Menschen oder Wissenschaftlern schlechthin redet. Die erste Relativierung läßt sich aufheben, indem man von anerkannten physikalischen Theorien zu möglichen physikalischen Theorien übergeht. Werden beide Relativierungen derart aufgehoben, so hat man — meine ich — ein Explikat von ‚apriori‘ im Sinne Kants.

Die Aufhebung der zweiten Relativierung erfordert weitreichende erkenntnistheoretische, sprachphilosophische und logische Untersuchungen. Ich kann hierauf im Moment nicht weiter eingehen und wende mich der

ersten Relativierung zu. Zu ihrer Aufhebung sind anerkannte physikalische Theorien durch mögliche zu ersetzen. Es zeigt sich sofort, daß der so modifizierte Begriff wesentlich schärfer ist. Die vorgebrachten Argumente in Form der Beispiele wirken viel weniger plausibel, weil es ja eine sehr große Klasse möglicher Theorien gibt, die nicht betrachtet wurden. Unter dieser verschärften Version ist es nun durchaus problematisch, ob Raum und Zeit apriori sind.

Als realistische Möglichkeit sollte man jedenfalls ‚Computertheorien‘ betrachten, in denen ‚empirische Daten‘ ohne ‚theoretischen Überbau‘ per Computer korreliert werden. Im Hinblick auf die Entwicklung des Computerbereichs scheint es nicht utopisch anzunehmen, daß solche Theorien entwickelt werden, die genauso brauchbar sind wie unsere heutigen. Es ist klar (wegen Streichung des theoretischen Überbaus), daß sie höchstens abzählbare Modelle voraussetzen. Weiter ist zu denken an Theorien mit endlichen Modellen. Es gibt ja Axiomensysteme z. B. für endliche Geometrien. Diese Theorien enthalten nur Fragmente der herkömmlichen Raum- und Zeitstrukturen.

Die Frage bei solch möglichen Theorien ist, ob mit ihrer Einführung sich nicht auch die Vorstellungen der Menschen von Raum und Zeit ändern würden, so daß unter Umständen aus diesen Theorien ableitbare Strukturen allgemein wieder als Modelle von Raum und Zeit anerkannt würden. Solche Strukturen wären zwar logisch viel schwächer als die hier angeführten, aber sicher sind weder der  $\mathbf{R}^3$  noch 3-dimensionale euklidische Vektorräume die einzigen anerkannten Modelle des Raumes. Warum sollten nicht auch andere, schwächere Strukturen anerkannt werden?

Diese Betrachtungen lassen es nicht unplausibel erscheinen, auch im Hinblick auf *mögliche* physikalische Theorien von einer Apriorizität des Raumes und der Zeit (der Raum-Zeit) auszugehen. Allerdings sind diese letzten Bemerkungen weitaus zu spekulativ, um als Grundlage einer fruchtbaren Diskussion dienen zu können.

## Literatur

- (1) Adams, E. W., *The Foundations of Rigid Body Mechanics and the Derivation of its Laws from those of Particle Mechanics*, in: Henkin, Suppes, Tarski (Hrsg.): *The Axiomatic Method*, Amsterdam 1959



- (2) Balzer, W., *Empirische Geometrie und Raum-Zeit-Theorie in mengentheoretischer Darstellung*, Kronberg i. Ts. 1978
- (3) Mackey, G. W., *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, New York 1963
- (4) McKinsey, J. C. C., Sugar, A. C. und Suppes, P., *Axiomatic Foundations of Classical Particle Mechanics*, Journal of Rational Mechanics and Analysis II (1953)
- (5) Moulines, C. U., *A Logical Reconstruction of Simple Equilibrium Thermodynamics*, Erkenntnis 9 (1975)
- (6) Noll, W., *The Foundations of Classical Mechanics in the Light of Recent Advances in Continuum Mechanics*, in: Henkin, Suppes, Tarski (Hrsg.): *The Axiomatic Method*, Amsterdam 1959
- (7) Schutz, J. W., *Foundations of Special Relativity: Kinematical Axioms for Minkowski Space-Time*, Berlin-Heidelberg-New York 1973
- (8) Sneed, J. D., *The Logical Structure of Mathematical Physics*, Dordrecht 1971
- (9) Stegmüller, W., *Theorie und Erfahrung*, Zweiter Halbband, Berlin-Heidelberg-New York 1973
- (10) Stegmüller, W., *Gedanken über eine mögliche rationale Rekonstruktion von Kants Metaphysik der Erfahrung*, Ratio 9 (1967)